PHYSICS SOLUTIONS (BALLIWALA)

1. (i) W_S = वस्तु का वास्तविक भार $= \dfrac{W_E}{\left[1+\dfrac{h}{R}\right]^2} = \dfrac{10}{(1+6)^2}$

$$= \frac{10}{49} \cong 0.2 \text{ न्यूटन}$$

(ii) वस्तु का आभासी भार;

$$W_{\text{आभासी}} = m(g' - a) = m(g' - g')$$
$$= 0 \qquad (\because a = g' = \text{उपग्रह का त्वरण})$$

2. कक्षा के अन्दर प्रत्येक उपग्रह की ऊर्जा $= -\dfrac{GMm}{2r}$

टक्कर से पहले निकाय की कुल ऊर्जा,

$$E_i = E_1 + E_2 = 2E = -2 \times \frac{GMm}{2r} = -\frac{GMm}{r}$$

चूँकि समान द्रव्यमान के उपग्रह विपरीत दिशा में गतिशील हैं तथा अप्रत्यास्थत: टकराते हैं, अत: टक्कर के तुरन्त बाद विशालकाय टुकड़े का वेग होगा

$$mv - mv = 2mV, \quad \text{अर्थात्} \ V = 0$$

अत: टक्कर के तुरन्त बाद विशालकाय टुकड़े की ऊर्जा पूर्णतया स्थितिज होगी तथा इसका मान होगा

$$E_f = -\frac{GM(2m)}{r} = -\frac{2GMm}{r}$$

चूँकि टक्कर के बाद विशालकाय टुकड़ा कक्षा के अन्दर बिल्कुल स्थिर हो जाता है, अत: यह गुरुत्व के अन्तर्गत त्रिज्या के अनुदिश पृथ्वी की ओर गति करेगा।

3. A

4. पृथ्वी की सतह पर गुरुत्वीय विभव $= -\dfrac{GM}{R}$

अनन्त पर गुरुत्वीय विभव $= 0$

विभवान्तर $= 0 - \left(-\dfrac{GM}{R}\right)$ या $\Delta V = \dfrac{GM}{R}$

m द्रव्यमान की वस्तु को पृथ्वी की सतह से अनन्त पर ले जाने में किया गया कार्य,

$$W = m\Delta V = \frac{GMm}{R}$$

$\therefore$ कृत कार्य प्रति किलोग्राम $= \dfrac{GM}{R} = gR$

5. किसी ठोस गोले के अन्दर केन्द्र से r दूरी पर गुरुत्वीय विभव है,

$$V = -\frac{GM}{2R^3}(3R^2 - r^2)$$

केन्द्र पर $r = 0$, इसलिये $V = V_{\text{न्यूनतम}} = -\dfrac{3}{2}\dfrac{GM}{R}$

[**नोट**—गुरुत्वीय विभव सदैव ऋणात्मक होता है। इसलिये इसका अधिकतम मान शून्य है]

6. D

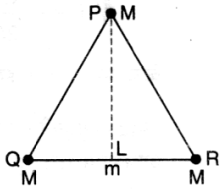
7. KE + PE = कुल ऊर्जा तब तक ऋणात्मक रहेगी जब तक कि $v < v_e$, क्योंकि वस्तु गुरुत्वीय क्षेत्र में रहेगी। जब $v = v_e$, वस्तु अनन्त की ओर चली जाती है तथा KE तथा PE (और इसलिये कुल ऊर्जा) शून्य हो जाती है जब $v > v_e$, वस्तु अनन्त पर पहुँच जाती है, PE शून्य हो जाती है किन्तु KE > 0। अत: वस्तु की कुल ऊर्जा धनात्मक है।

8. B

9. $\dfrac{mv^2}{r} = \dfrac{GMm}{r}$

$\therefore \ v = \sqrt{GM} = \sqrt{GM}\, r^0$, अत: $n = 0$

10. Q तथा R पर स्थित द्रव्यमानों के कारण m पर बल शून्य है। अत: नेट बल बिन्दु P पर स्थित द्रव्यमान के कारण है।



चित्र 7.14

अत: $F = \dfrac{GMm}{(PL)^2}$

अब $PL = l\sin 60^\circ = l\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \quad F = \dfrac{4GMm}{3l^2}$

11. $UP = -\Sigma\dfrac{GMm}{r} = -GMm\left[\dfrac{1}{l\sin 60^\circ} + \dfrac{1}{l/2} + \dfrac{1}{l/2}\right]$

$$= -\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{GMm}{l}[1 + 2\sqrt{3}]$$

12. पृथ्वी की सतह पर m द्रव्यमान की किसी वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा होती है,

$$U_E = -\frac{GMm}{R}$$

चूँकि ग्रह के द्रव्यमान तथा त्रिज्या दोनों ही आधे हैं। अत: गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा के मान पर कोई प्रभाव नहीं होगा, अर्थात्

$$U_{\text{ग्रह}} = U_E$$

13. C

14. B

15. $T = 2\pi\left[\dfrac{(R_e + h)}{GM_e}\right]^{1/2}$

जब पृथ्वी की त्रिज्या सिकुड़ कर आधी हो जाती है, तब उपग्रह की कक्षा की त्रिज्या समान, अर्थात् $(R_e + h)$ रहती है। अत: परिक्रमण काल अपरिवर्तित रहेगा।

16. D

17. पृथ्वी की त्रिज्या $R = 6400$ किलोमीटर। भू-स्थिर उपग्रह की पृथ्वी के केन्द्र से दूरी $= 42000$ किलोमीटर $\simeq 7R$

18. चूँकि कोणीय संवेग संरक्षित है, अत: $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

या $MR_1^2\omega_1 = MR_2^2\omega_2$ या $MR_1v_1 = MR_2v_2 \quad \left[\because \omega = \dfrac{v}{R}\right]$

या $R_1v_1 = R_2v_2$ या $VR = vr$

$\therefore \quad V = \dfrac{vr}{R}$

19. A

20. D

21. $m_p = 2m_e$

$d_p = 2D_e$ या $r_p = 2r_e$

$T_1 = 2$ सेकण्ड = सेकण्ड लोलक का दोलन काल

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_p}}$$

या $\dfrac{T_1^2}{T_2^2} = \dfrac{g_p}{g}$

अब, $g = \dfrac{Gm_e}{r_e^2}, \ g_p = \dfrac{Gm_p}{r_p^2}$

$\therefore \quad \dfrac{g_p}{g} = \dfrac{m_p r_e^2}{m_e r_p^2} = \dfrac{2m_e}{m_e} \times \dfrac{r_e^2}{4r_e^2} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \quad \dfrac{T_1^2}{T_2^2} = \dfrac{1}{2}$

$\dfrac{4}{T_2^2} = \dfrac{1}{2}$ या $T_2 = 2\sqrt{2}$ सेकण्ड

22. B

23. हम जानते हैं कि जब उपग्रह पृथ्वी के चारों ओर घूम रहा होता है तो गुरुत्वीय कर्षण बल अभिकेन्द्र बल द्वारा सन्तुलित होता है। अत: वस्तु पर कोई गुरुत्वीय कर्षण बल कार्य नहीं करता है। इस प्रकार, वस्तु का भार शून्य होता है।

24. $v_e = \sqrt{2gR}$; अर्थात्, $v_e \propto \sqrt{g}$
चूँकि गुरुत्वीय त्वरण g ऊँचाई पर निर्भर करता है, अत: पलायन वेग भी उस ऊँचाई पर निर्भर करता है जहाँ से वस्तु को प्रक्षेपित किया जाता है।

25. हम जानते हैं कि पृथ्वी एक विशालकाय चुम्बक की तरह व्यवहार करती है तथा गुरुत्वाकर्षण बल के कारण प्रत्येक वस्तु को अपनी ओर आकर्षित करने की प्रवृत्ति रखती है। अत: गुरुत्वाकर्षण बल एक संरक्षी बल है।

26. कैपलर के नियम द्वारा हम जानते हैं कि सूर्य तथा ग्रह को मिलाने वाली रेखा समान समयान्तराल में समान क्षेत्रफल तय करती है।

27. B

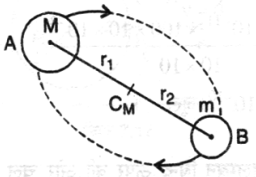
28. A

29. A

30. B

31. A

32. यदि दो युग्म तारे (binary stars) अपने उभयनिष्ठ द्रव्यमान केन्द्र (common centre of mass) के परित: घूम रहे हैं, तो उन्हें सदैव एक ही रेखा पर रहना होगा अन्यथा उनका द्रव्यमान केन्द्र परिवर्तित होता रहेगा। उनके कोणीय वेग भी समान रहेंगे यद्यपि समान समय में छोटा द्रव्यमान बड़ा वृत्त बनायेगा परन्तु चूँकि



$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, अत: $T_A = T_B$

33. पृथ्वी की सतह से पलायन वेग, $v_e = \sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$

एक ज्ञात ग्रह के लिए, $v_p = \sqrt{\dfrac{2G(6M)}{2R}} = \sqrt{3}v_e = \sqrt{3}v$

34. C

35. D

36. A

37. स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

$$= \left[-\frac{GMm}{\left(R+\frac{R}{5}\right)}\right] - \left[-\frac{GMm}{R}\right]$$

$$= \frac{GMm}{R} - \frac{5GMm}{6R}$$

$$= \frac{GMm}{6R} = \frac{gR^2m}{6R}$$

$$= \frac{mgR}{6} = mg\left(\frac{5h}{6}\right) = \frac{5}{6}mgh$$

38. ग्रह के पृष्ठ पर उपग्रह की ऊर्जा है :

$$E_i = \text{KE} + \text{PE} = 0 + \left(-\frac{GMm}{R}\right) = -\frac{GMm}{R}$$

यदि ग्रह के पृष्ठ से दूरी $2R$ पर उपग्रह का वेग v हो, तो उपग्रह की कुल ऊर्जा है :

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{GMm}{R+2R}\right)$$

$$= \frac{1}{2}m\left[\sqrt{\frac{GM}{R+2R}}\right]^2 - \frac{GMm}{3R}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{GMm}{3R} - \frac{GMm}{3R} = -\frac{GMm}{6R}$$

उपग्रह को प्रक्षेपित करने के लिए आवश्यक न्यूनतम ऊर्जा है :

$$\Delta E = E_f - E_i = -\frac{GMm}{6R} - \left(-\frac{GMm}{R}\right)$$

$$= \frac{5GMm}{6R}$$

अत: सही उत्तर विकल्प (c) है।

39. पृथ्वी के उपग्रह की कुल ऊर्जा

$$\text{TE} = K + U$$

$$= \left(\frac{GMm}{2r}\right) + \left(-\frac{GMm}{r}\right) = \frac{-GMm}{2r}$$

अत: कुल ऊर्जा ऋणात्मक है तथा गतिज ऊर्जा धनात्मक है, अर्थात् सही उत्तर विकल्प (b) है।

40. दोलन काल, $T^2 \propto r^3$

$$\therefore \quad \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{r_1}{r_1/4}\right)^3$$

या, $\quad \dfrac{T_1}{T_2} = (4)^{3/2}$

या, $\quad T_2 = \dfrac{T_1}{4^{3/2}} = \dfrac{T_1}{8}$

अत: वर्ष के काल में परिवर्तन

$$= T_1 - \frac{T_1}{8} = \frac{7}{8}T_1$$

अत: सही उत्तर विकल्प (d) है।

41. $F = \dfrac{Gm_1m_2}{r^2}$

यहाँ $\quad m_1 = m$ तथा $m_2 = M - m$

$\therefore \quad F = \dfrac{GM(M-m)}{r^2}$

अधिकतम गुरुत्वीय बल के लिए

$$\frac{dF}{dm} = 0 \quad \text{या,} \quad \frac{d}{dm}\left[\frac{Gm(M-m)}{r^2}\right] = 0$$

या, $\quad \dfrac{G(M-2m)}{r^2} = 0$

या, $\quad M - 2m = 0 \quad \therefore \quad m = \dfrac{M}{2}$

अत: $\quad \dfrac{m}{M-m} = \dfrac{M/2}{\left(M-\frac{M}{2}\right)} = \dfrac{1}{1}$

अत: सही उत्तर विकल्प (a) है।

42. D

43. C

44. D

45. C